

Оценка компонентов тензора инерции малого космического аппарата

У.В. Маслова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Обоснование. Для успешного увода космического мусора с околоземной орбиты важно знать параметры, инерционно-массовые характеристики малого аппарата. В данной работе представлена математическая модель расчета тензора инерции, характеристики вращательного движения и их сравнение.

Цель — оценка компонентов тензора инерции аппарата с помощью измерений датчиков магнитометра.

Методы. Предложение способа оценки компонентов тензора инерции космического аппарата и параметров его вращательного движения путем закрепления на объекте космического мусора элементов информационно-измерительной системы (магнитометра). Проведение моделирования для общего и частного случая крепления средств измерения на объекте космического мусора. Подвести результаты численного моделирования для частного случая с оценкой компонентов тензора инерции и вращательного движения для малого космического аппарата «Аист-2Д». Провести анализ полученных результатов и дать рекомендации по их использованию.

Известные параметры аппарата (1 — масса, 2 — осевые моменты инерции, 3 — максимальный момент):

1. $m = 530 \text{ kg}$
2. $I_{xx} = 175 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 $I_{yy} = 200 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
 $I_{zz} = 285 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
3. $M = 0.2 \text{ N} \cdot \text{m}$

Рассмотрим общий случай крепления, когда строительная система координат магнитометра прикреплена произвольно относительно системы координат аппарата, и математическую модель для данного случая.

Производная компонентов вектора индукции $\vec{\omega}_k = \frac{\dot{\vec{B}}_k \times \dot{\vec{B}}_{k-1}}{\Delta t_k \left| \dot{\vec{B}}_k \right|^2}.$ (1)

Уравнение (1) в системе координат магнитометра:

$$\begin{cases} \omega_{xk} = \frac{\dot{B}_{yk} \dot{B}_{zk-1} - \dot{B}_{zk} \dot{B}_{yk-1}}{\Delta t_k (\dot{B}_{xk}^2 + \dot{B}_{yk}^2 + \dot{B}_{zk}^2)}; \\ \omega_{yk} = \frac{\dot{B}_{zk} \dot{B}_{xk-1} - \dot{B}_{xk} \dot{B}_{zk-1}}{\Delta t_k (\dot{B}_{xk}^2 + \dot{B}_{yk}^2 + \dot{B}_{zk}^2)}; \\ \omega_{zk} = \frac{\dot{B}_{xk} \dot{B}_{yk-1} - \dot{B}_{yk} \dot{B}_{xk-1}}{\Delta t_k (\dot{B}_{xk}^2 + \dot{B}_{yk}^2 + \dot{B}_{zk}^2)}. \end{cases} \quad (2)$$

Динамическое уравнение Эйлера:

$$\begin{cases} I_{xx} \dot{\omega}_{xk} - I_{xy} \dot{\omega}_{yk} - I_{xz} \dot{\omega}_{zk} + \omega_{yk} (I_{zz} \omega_{zk} - I_{xz} \omega_{xk} - I_{yz} \omega_{yk}) - \omega_{zk} (I_{yy} \omega_{yk} - I_{xy} \omega_{xk} - I_{yz} \omega_{zk}) = M_x \\ I_{yy} \dot{\omega}_{yk} - I_{xy} \dot{\omega}_{xk} - I_{yz} \dot{\omega}_{zk} + \omega_{zk} (I_{xx} \omega_{xk} - I_{xy} \omega_{yk} - I_{xz} \omega_{zk}) - \omega_{xk} (I_{zz} \omega_{zk} - I_{xz} \omega_{xk} - I_{yz} \omega_{yk}) = M_y \\ I_{zz} \dot{\omega}_{zk} - I_{xz} \dot{\omega}_{xk} - I_{yz} \dot{\omega}_{yk} + \omega_{xk} (I_{yy} \omega_{yk} - I_{xy} \omega_{xk} - I_{yz} \omega_{zk}) - \omega_{yk} (I_{xx} \omega_{xk} - I_{xy} \omega_{yk} - I_{xz} \omega_{zk}) = M_z \end{cases} \quad (3)$$

Тензор инерции:

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Но для более детализированного рассмотрения данной задачи перейдем к частному случаю крепления магнитометра, концепция которого заключается в параллельном креплении строительной системы координат относительно главной системы координат аппарата.

Преобразованное (3) уравнение:

$$\begin{cases} I_{xx}\dot{\omega}_{xk} + \omega_{yk}\omega_{zk}(I_{zz} - I_{yy}) = M_x \\ I_{yy}\dot{\omega}_{yk} + \omega_{xk}\omega_{zk}(I_{xx} - I_{zz}) = M_y \\ I_{zz}\dot{\omega}_{zk} + \omega_{xk}\omega_{yk}(I_{yy} - I_{xx}) = M_z \end{cases} \quad (5)$$

выражаем диагональные составляющие тензора инерции

$$\begin{cases} I_{zz} = \frac{M_z\dot{\omega}_{xk} + M_x\omega_{xk}\omega_{yk} - (M_y\dot{\omega}_{xk} - M_x\omega_{xk}\omega_{zk})\frac{\omega_{xk}\omega_{yk}^2\omega_{zk} - \omega_{xk}\omega_{yk}\dot{\omega}_{xk}}{\dot{\omega}_{xk}\dot{\omega}_{yk} + \omega_{xk}\omega_{yk}\omega_{zk}^2}}{\dot{\omega}_{xk}\dot{\omega}_{zk} + \omega_{xk}\omega_{yk}^2\omega_{zk} + (\omega_{xk}\omega_{yk}^2\omega_{zk} - \omega_{xk}\omega_{yk}\dot{\omega}_{xk})\frac{\omega_{xk}\omega_{zk}\dot{\omega}_{xk} - \omega_{xk}\omega_{yk}\omega_{zk}^2}{\dot{\omega}_{xk}\dot{\omega}_{yk} + \omega_{xk}\omega_{yk}\omega_{zk}^2}}; \\ I_{yy} = I_{zz}\frac{\omega_{xk}\omega_{zk}\dot{\omega}_{xk} + \omega_{xk}\omega_{yk}\omega_{zk}^2}{\dot{\omega}_{xk}\dot{\omega}_{yk} + \omega_{xk}\omega_{yk}\omega_{zk}^2} + \frac{M_y\dot{\omega}_{xk} - M_x\omega_{xk}\omega_{zk}}{\dot{\omega}_{xk}\dot{\omega}_{yk} + \omega_{xk}\omega_{yk}\omega_{zk}^2}; \\ I_{xx} = \frac{M_x + \omega_{yk}\omega_{zk}I_{yy} - \omega_{yk}\omega_{zk}I_{zz}}{\dot{\omega}_{xk}}. \end{cases} \quad (6)$$

С помощью теоремы Штейнера записываем тензор инерции.

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} + ma^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} + ma^2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Результаты. Предложены графики изменения параметров вращательного движения и главных диагональных составляющих тензора инерции.

На графиках изменения компонентов вектора угловой скорости в режиме переориентации (рис. 1, б) мы можем проследить заметные резкие отклонения на отрезке $[-0,9; 1,1]$, это может быть связано с моментом, который придали аппарату. В режиме стабилизации сильные скачки наблюдаются по оси ОУ $[-0,5; 0,6]$.

Значения диагональных компонентов тензора инерции на графиках (рис. 2) совпадают с изначально известными значениями, только по оси ОУ наблюдается отклонение.

На графиках (рис. 3) в режиме переориентации можно наблюдать минимальное количество резких колебаний, значения совпадают с известными. Точность этих графиков связана с моментом, который придается аппарату в режиме переориентации, по значению превышающий все возмущающие факторы.

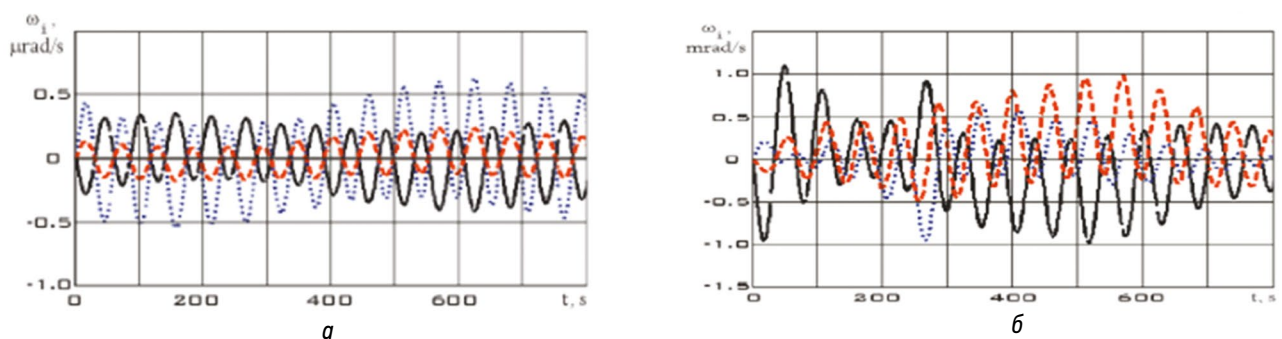


Рис. 1. Зависимости компонентов вектора угловой скорости в системе координат магнитометра:
а — в режиме стабилизации; б — в режиме переориентации; ω_x (черный); ω_y (голубой); ω_z (красный)

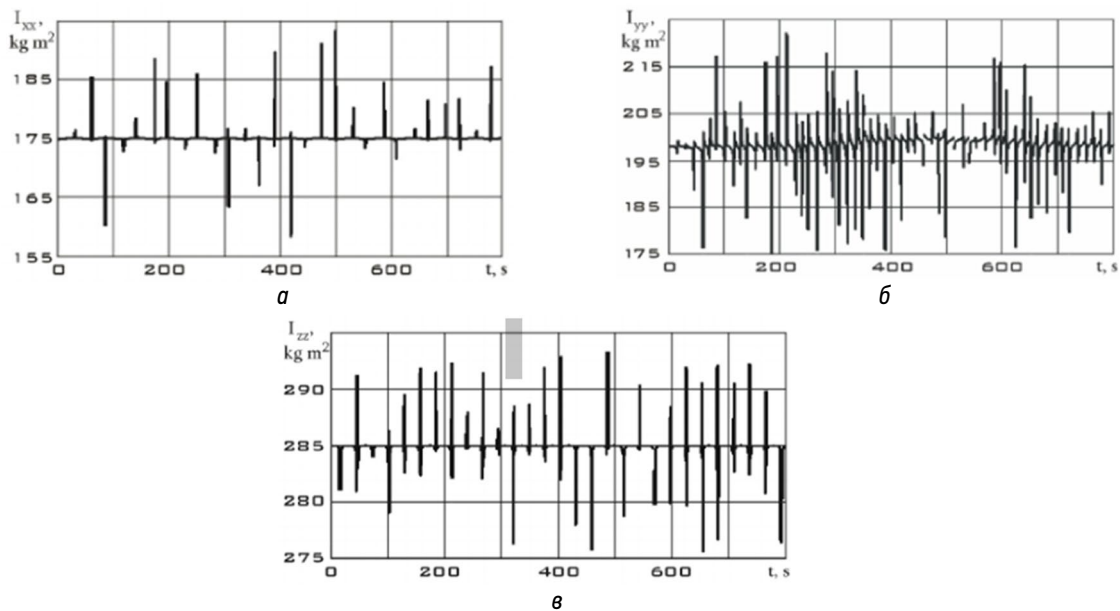


Рис. 2. Зависимости диагональных компонентов тензора в системе координат магнитометра в режиме стабилизации:
а — I_{xx} ; б — I_{yy} ; в — I_{zz}

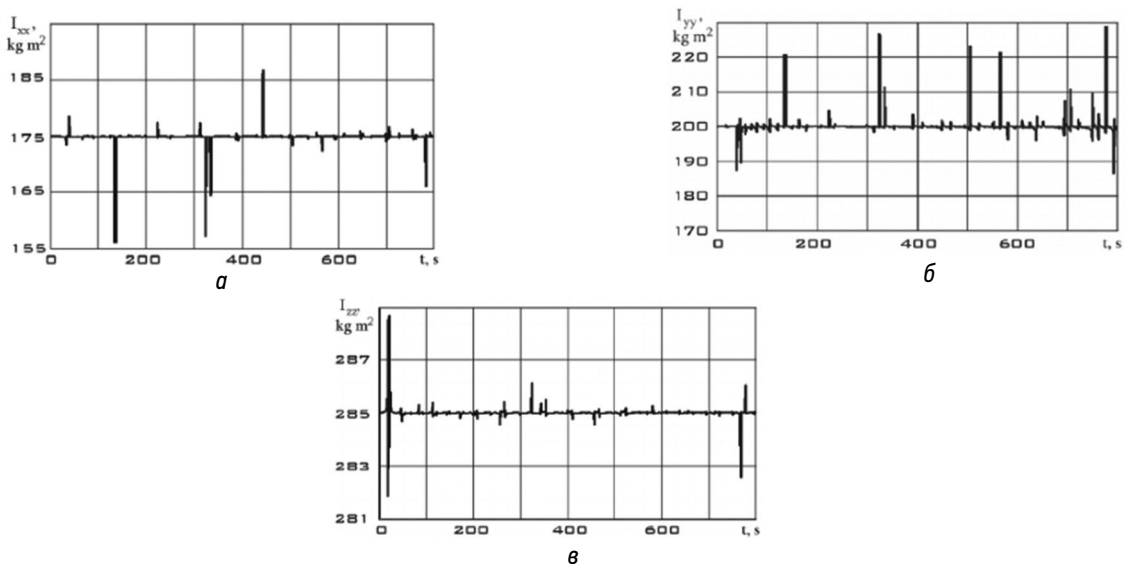


Рис. 3. Зависимости диагональных компонентов тензора в системе координат магнитометра в режиме переориентации:
1 — I_{xx} ; 2 — I_{yy} ; 3 — I_{zz}

Вывод. В результате получена оценка диагональных компонентов тензора инерции в частном случае крепления. В качестве управляемого воздействия на малый аппарат были выбраны средние значения возмущающих факторов (в режиме стабилизации) и моменты двигателей-маховиков (в режиме переориентации). Результаты работы могут быть использованы при оценке инерционно-массовых характеристик компонентов тензора инерции объектов космического мусора.

Ключевые слова: тензор инерции; магнитометр; космический аппарат; динамическое уравнение Эйлера; режим стабилизации; режим переориентации.

Сведения об авторе:

Ульяна Витальевна Маслова — студент, группа 1205-010303D, институт аэиационной и ракетно-космической техники; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия. E-mail: ucernova803@gmail.com

Сведения о научном руководителе:

Андрей Валерьевич Седельников — доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения имени генерального конструктора Д.И. Козлова, профессор НИИ-219, ведущий научный сотрудник кафедры теоретической механики, профессор НИИ-201; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия. E-mail: sedelnikov.av@ssau.ru